# Examen Introducción a los Algoritmos - 5 de Junio de 2019

| nota |
|---|
| |

**Puntajes**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |

**Cantidad de hojas entregadas:**
**Poner Apellido y Nombre y Numerar cada hoja.**

1. Demostrar que las siguientes fórmulas son teoremas del Cálculo Proposicional. En cada paso de la demostración indique qué axioma o teorema se utiliza, y subraye la subfórmula involucrada. Se pueden utilizar, sin demostrar, los axiomas y teoremas dados en el Digesto Proposicional.

   *a)* [**15 pto(s)**] $p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv \neg r \Rightarrow (p \Rightarrow \neg q)$

   *b)* [**15 pto(s)**] $\neg p \wedge q \equiv \neg(p \wedge \neg q \equiv q) \equiv (p \equiv False)$.

2. Formalizar las siguientes propiedades escritas en lenguaje natural, en el lenguaje de la lógica de predicados:

   *a)* [**10 pto(s)**] *"Todas las figuras de $xs$ son triangulos rojos o cuadrados".*
   **Ejemplos:** Las listas $[(Triangulo, Rojo, 3)]$ y $[(Triangulo, Rojo, 5), (Cuadrado, Verde, 6)]$ satisfacen la propiedad. La listas $[(Rombo, Rojo, 2)]$ y $[(Triangulo, Rojo, 5), (Triangulo, Verde, 6)]$ no la satisfacen.

   *b)* [**10 pto(s)**] *"Existe un único elemento de $xs$ que es mayor estricto que cero".*
   **Ejemplos:** Las listas $[-1, 0, 3]$ y $[-4, -3, 7, -1]$ satisfacen la propiedad. Las listas $[6, 5]$ y $[9, 6, 7]$ no la satisfacen.

3. [**10 pto(s)**] Dar una lista $xs : [Figura]$ que satisfaga la siguiente especificación escrita usando la Lógica de Predidados, y otra lista que no la satisfaga. Prestar especial atención a las variables utilizadas en la especificación.

$$\langle \exists x : x \in_{\ell} xs \wedge cuadrado.x \wedge azul.x : \langle \forall y : y \in_{\ell} xs \wedge triangulo.y : tam.y \geqslant tam.x \rangle \rangle$$

4. [**20 pto(s)**] Demostrar que la siguiente fórmula es teorema del Cálculo de Predicados. En cada paso de la demostración indique qué axioma o teorema se utiliza, y subraye la subfórmula involucrada. Se pueden utilizar, sin demostrar, los axiomas y teoremas dados en el Digesto Proposicional y en el Digesto de Predicados.

$$\langle \forall x : R.x : T.x \rangle \wedge \langle \forall x : \neg T.x : R.x \rangle \equiv \langle \forall x : \, : T.x \rangle$$

5. [**20 pto(s)**] Dada la definición de las funciones $todosRoC$ y $\in_{\ell}$:

$$\begin{array}{ll}
todosRoC : [Figura] \to Bool & \in_{\ell} : A \to [A] \to Bool \\
todosRoC.[\,] \doteq True & e \in_{\ell} [\,] \doteq False \\
todosRoC.(x \triangleright xs) \doteq (rojo.x \vee circulo.x) \wedge todosRoC.xs & e \in_{\ell} (x \triangleright xs) \doteq (e == x) \vee x \in_{\ell} xs
\end{array}$$

   demostrar por inducción la siguiente fórmula

$$todosRoC.xs \equiv \langle \forall y : y \in_{\ell} xs : rojo.y \vee circulo.y \rangle.$$